# *Les Ensembles de Nombres – Arithmetique*

## I) Les differents types de nombres :

Résoudre les équations suivantes :

$$x - 2 = 0 \quad ; \quad x + 2 = 0 \quad ; \quad 2x + 3 = 0 \quad ; \quad 3x + 1 = 0 \quad ; \quad x^2 - 2 = 0$$

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………

**1.**
**Les Nombres Entiers Naturels** : *sont les nombres entiers positifs*

*Exemples* : ……………………………………………………………………………………………

**2.**
**Les Nombres Entiers Relatifs** : *sont les nombres entiers négatifs et positifs*

*Exemples* : ……………………………………………………………………………………………

**3.**
**Les Nombres Decimaux** :
*sont les quotients d'un entier relatif par une puissance de dix*

**Mais aussi** : *un nombre ayant un nombre de chiffres fini après la virgule*

*Exemples* : ……………………………………………………………………………………………

**4.**
**Les Nombres Rationnels** : *sont les quotients de deux entiers relatifs*
(***l'entier au dénominateur doit être non nul***)

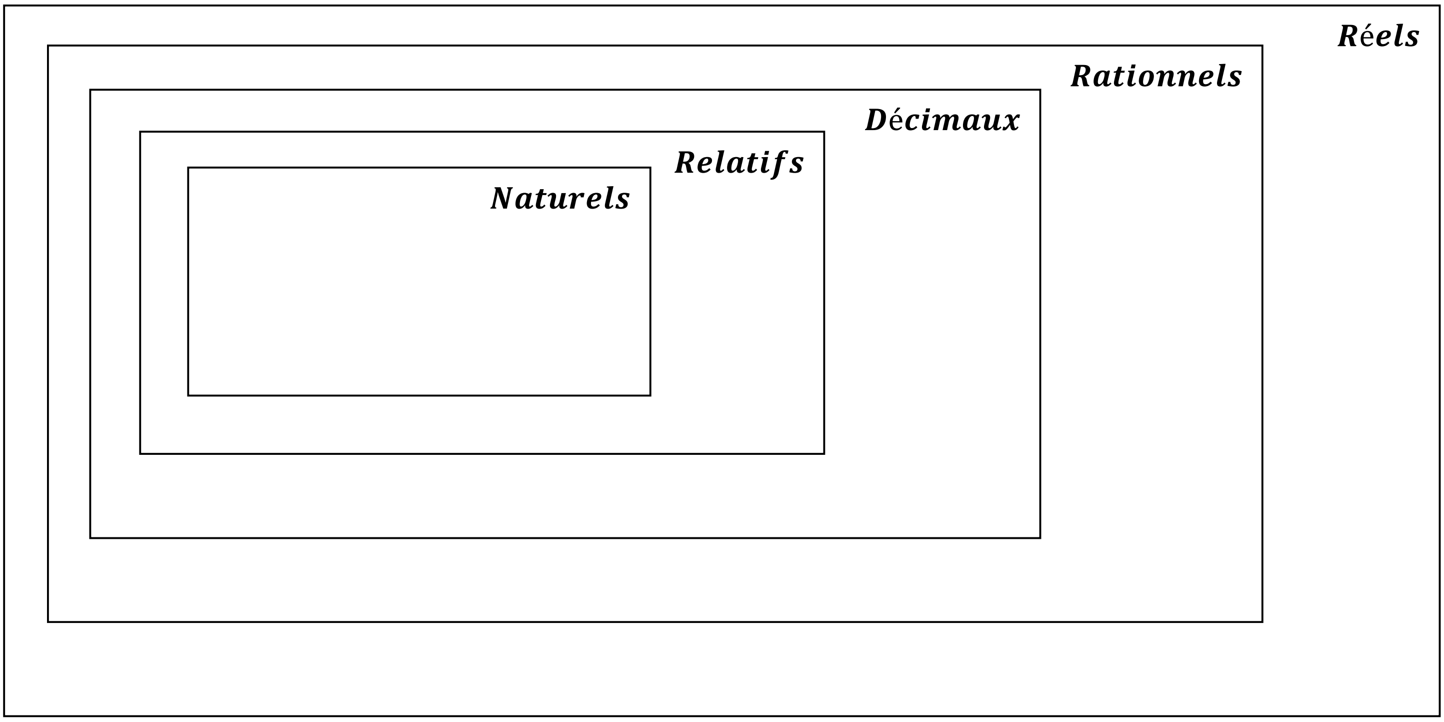
*Exemples* : ……………………………………………………………………………………………

**5.**
**Les Nombres Irrationnels** : *sont les nombres qui ne sont pas rationnels*

**Remarque** : Les nombres rationnels et irrationnels sont regroupés dans l'ensemble des **Reels.**

*Exemples* : ……………………………………………………………………………………………

## **RESUME PRATIQUE :**




## **II) ARITHMETIQUE**

### 1) VOCABULAIRE :

- **MULTIPLE** :

***exemple*** : $35 = \underline{7} \times 5$ et $42 = \underline{7} \times 6$ → *35 et 42 sont des **multiples** de 7*

- **DIVISEUR** :

***exemple*** : $\frac{35}{7} = 5$ → *7 est un **diviseur** de 35*

→ *35 est **divisible** par 7*

→ *7 **divise** 35*

***Exercice*** : Trouver tous les diviseurs de 48 et 90.

*Compléter les égalités suivantes* :

$48 = 1 \times \ldots\ldots = 2 \times \ldots\ldots = 3 \times \ldots\ldots = 4 \times \ldots\ldots = 6 \times \ldots\ldots$

$90 = 1 \times \ldots\ldots = 2 \times \ldots\ldots = 3 \times \ldots\ldots = 5 \times \ldots\ldots = 6 \times \ldots\ldots = 9 \times \ldots\ldots$

Donc tous les diviseurs de 48 sont : ……………………………………………………………………

Donc tous les diviseurs de 90 sont : ……………………………………………………………………

⇒ Le *plus grand diviseur* de 48 et 90 est : ………

⇒ **Ce plus grand diviseur commun est appelé PGCD.**

● **DEFINITION** :
Deux nombres sont dits **PREMIERS ENTRE EUX**, lorsque **1 est le seul diviseur commun.**

*Exemple* :

→ Considérons 35 et 24 :

35 = 1 × …… = 5 × …….

24 = 1 × …… = 2 × ……. = 3 × …… = 4 × ……

diviseurs de 35 → 1 ; 5 ; 7 ; 35

diviseurs de 24 → 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24

→ *Le seul diviseur commun à 35 et 24 est 1 donc 35 et 24 sont premiers entre eux.*

▲ **PROPRIETE** : Si deux nombres *a et b* sont **PREMIERS ENTRE EUX**, alors la fraction $\frac{a}{b}$ est **IRREDUCTIBLE.**

● **DEFINITION** : La **DIVISION EUCLIDIENNE** d'un entier a par un entier $b$ ( $b \neq 0$ ) est l'opération qui permet de calculer le quotient entier q et le reste r tels que :

$$\boldsymbol{a = b\,q + r} \qquad \textbf{avec} \qquad \boldsymbol{0 \leq r < b}$$

⌂ ***Pour trouver le quotient et le reste lors d'une division euclidienne,***

***on peut utiliser la calculatrice et la touche*** $\boxed{\quad}$

Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de 1 253 et de 72.

$Q = \ldots\ldots\ldots$ $\qquad et \qquad$ $R = \ldots\ldots\ldots$

**2)** Trois méthodes pour trouver le **PGCD** ( **Plus Grand Commun Diviseur** ) de deux entiers

a. **Chercher tous les diviseurs et trouver le plus grand**

b. **« Méthode des différences »**

c. **« Algorithme d'Euclide » ( III$^{ème}$ siècle Av J.C )**

## *Exemples :* 429 et 156

**1[ère] Méthode** : 429 =…………..= …………..= …………..= …………..

156 = …………..= …………..= …………..= …………..= ………….. = …………..

Les *diviseurs* de 429 sont : 1 ; 3 ; 11 ; 13 ; 33 ; 39 ; 143 ; 429

Les *diviseurs* de 156 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 ; 13 ; 26 ; 39 ; 52 ; 78 ; 156

**En cherchant tous les diviseurs : Le PGCD est 39**.

**2[ème] Méthode** : On fait des ***différences successives*** :

429 − 156 = …………..

273 − 156 = …………..

156 − 117 = …………..

117 − 39 = …………..

78 − 39 = …………..

39 − 39 = …………..

« **Méthode des différences** » : **Le PGCD est 39**.

**3[ème] Méthode** : On utilise la *division euclidienne* de 429 par 156.

429 = 156 × ………….. + ………….. on recommence avec 156 et …………..

156 = ………….. × ………….. + ………….. *on s'arrête lorsqu'on trouve **un reste nul***

………….. = ………….. × ………….. + **0**

« **Algorithme d'Euclide** » : **Le PGCD est 39**.

**COMPARAISON DES TROIS METHODES ???**

**REMARQUE** : *Si le PGCD de a et b est **1** alors a et b sont **premiers entre eux**.*

### **3)** Applications et intérêts :

- Simplifier $\dfrac{429}{156}$ et $\sqrt{429} \times \sqrt{156}$

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

$\dfrac{429}{156}$ = ................................ = ................................

$\sqrt{429} \times \sqrt{156}$ = ................................

= ................................

= ................................

▲ Simplifier : $\dfrac{493}{377}$ et $\sqrt{493} \times \sqrt{377}$

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

..........................................................................................................................................................................

$\dfrac{429}{156}$ = ................................ = ................................

$\sqrt{429} \times \sqrt{156}$ = ................................

= ................................

= ................................