

DS N°1 DE MATHÉMATIQUES DE TERM S

Calculatrice autorisée – durée : 2 h

28 / 09 / 2016

EXERCICE 1 2 pts

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 2u_n - 3$.

Démontrer par récurrence que $u_n = 3 - 2^{n+1}$.

EXERCICE 2 2 pts

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $2^{3n} - 1$ est un multiple de 7.

EXERCICE 3 2 pts

On considère la suite (t_n) définie par $t_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $t_{n+1} = t_n + \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

Montrer que, pour tout entier naturel n , $t_n = \frac{n}{n+1}$

EXERCICE 4 3 pts

Étudier la limite des suites suivantes :

$$u_n = n^2 - 4n + 5$$

$$v_n = \frac{2n^2 - 3}{n^2 + n + 1}$$

$$w_n = \frac{3n^2 - 7n + 11}{n^3 + 1}$$

EXERCICE 5**8 pts**

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et telle que pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = \frac{3u_n}{1 + 2u_n}$$

1. a) Calculer u_1 et u_2 .
b) Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n , $0 < u_n$.
2. On admet que pour tout entier naturel n , $u_n < 1$.
a) Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
b) Démontrer que la suite (u_n) converge.

Rappel : pour une suite à termes positifs :

Si $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ alors (u_n) est croissante Si $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ alors (u_n) est décroissante

3. Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = \frac{u_n}{1-u_n}$.
a) Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 3.
b) Exprimer pour tout entier naturel n , v_n en fonction de n .
c) En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{3^n}{3^{n+1} + 1}$
d) Déterminer la limite de la suite (u_n) .

EXERCICE 6**3 pts**

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Dans un repère orthonormé, tracer les droites d'équation $y = x$ et $y = \frac{1}{2}x + 4$.
2. Sans calcul, placer les cinq premiers termes de la suite (u_n) sur l'axe des abscisses.
3. Conjecturer une minoration, une majoration et les variations de (u_n) .



On dit qu'il faut avoir de la SUITE dans les idées, mais vous, ayez des idées pour les SUITES !!!

Bon courage à vous...