

# CONTROLE DE MATHEMATIQUES DE Term S SPECIALITE

ATTENTION : La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.

14/10/2014

## EXERCICE 1

3 pts

- 1) Démontrer que la somme de trois entiers consécutifs est divisible par 3.
- 2) Démontrer qu'il n'existe pas d'entiers relatifs  $a$  et  $b$  tels que  $26a - 54b = 2013$ .

## EXERCICE 2

4 pts

Soit  $n$  un entier différent de  $-4$ .

- 1) Montrer que si un entier  $k$  divise simultanément  $n + 4$  et  $5n + 21$ , alors  $k \in \{-1; 1\}$ .
- 2) En déduire que, pour tout  $n \in \mathbb{Z} \setminus \{-4\}$ , la fraction  $\frac{5n+21}{n+4}$  est irréductible.

## EXERCICE 3

4 pts

On veut déterminer tous les couples  $(a; b)$  d'entiers relatifs tels que  $4a^2 - b^2 = 27$ .

- 1) Factoriser  $4a^2 - b^2$ .
- 2) Dans cette question,  $a$  et  $b$  sont des entiers naturels. Déduire de 1) que  $(a; b)$  est solution si, et seulement si

$$\begin{cases} 2a - b = 1 \\ 2a + b = 27 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 2a - b = 3 \\ 2a + b = 9 \end{cases}$$

- 3) Résoudre les deux systèmes ci-dessus et conclure.

## EXERCICE 4

2,5 pts

$n$  et  $p$  sont deux entiers naturels. On sait que le reste de la division euclidienne de  $n$  par  $13$  vaut  $9$  et que le reste de la division euclidienne de  $p$  par  $13$  vaut  $8$ .

Quel est le reste de la division euclidienne de  $n + p$  par  $13$  ?

## EXERCICE 5

3 pts

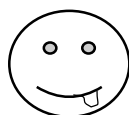
Les entiers naturels  $a$  et  $b$  sont tels que :  $a \mid 5b + 31$  et  $a \mid 3b + 12$

- 1) Montrer que  $a \mid 33$ .
- 2) En déduire les valeurs possibles de  $a$ .

## EXERCICE 6

3,5 pts

Démontrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $7$  divise  $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ .



N'oubliez pas : « Qui pense peu se trompe beaucoup !!! »... Alors au travail afin de montrer votre spécialité. Bon courage !