

CONTROLE DE MATHEMATIQUES DE Term S SPECIALITE

ATTENTION : La qualité de la rédaction sera prise en compte dans la notation.

14/10/2014

EXERCICE 1

3 pts

- 1) Démontrer que la somme de trois entiers consécutifs est divisible par 3.
- 2) Démontrer qu'il n'existe pas d'entiers relatifs a et b tels que $26a - 54b = 2013$.

EXERCICE 2

4 pts

Soit n un entier différent de -4 .

- 1) Montrer que si un entier k divise simultanément $n + 4$ et $5n + 21$, alors $k \in \{-1; 1\}$.
- 2) En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{Z} \setminus \{-4\}$, la fraction $\frac{5n+21}{n+4}$ est irréductible.

EXERCICE 3

4 pts

On veut déterminer tous les couples $(a; b)$ d'entiers relatifs tels que $4a^2 - b^2 = 27$.

- 1) Factoriser $4a^2 - b^2$.
- 2) Dans cette question, a et b sont des entiers naturels. Déduire de 1) que $(a; b)$ est solution si, et seulement si

$$\begin{cases} 2a - b = 1 \\ 2a + b = 27 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} 2a - b = 3 \\ 2a + b = 9 \end{cases}$$

- 3) Résoudre les deux systèmes ci-dessus et conclure.

EXERCICE 4

2,5 pts

n et p sont deux entiers naturels. On sait que le reste de la division euclidienne de n par 13 vaut 9 et que le reste de la division euclidienne de p par 13 vaut 8 .

Quel est le reste de la division euclidienne de $n + p$ par 13 ?

EXERCICE 5

3 pts

Les entiers naturels a et b sont tels que : $a \mid 5b + 31$ et $a \mid 3b + 12$

- 1) Montrer que $a \mid 33$.
- 2) En déduire les valeurs possibles de a .

EXERCICE 6

3,5 pts

Démontrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence que, pour tout entier naturel n , 7 divise $3^{2n+1} + 2^{n+2}$.



N'oubliez pas : « Qui pense peu se trompe beaucoup !!! »... Alors au travail afin de montrer votre spécialité. Bon courage !