

CONTROLE DE MATHEMATIQUES Term S

Les fonctions...

07/11/2014

FAIRE LES EXERCICES DANS L'ORDRE...

EXERCICE 1 : 2 pts

En utilisant les théorèmes de comparaison sur les limites de fonctions, calculer la limite de la fonction suivante en $+\infty$ et en $-\infty$: $f(x) = \cos x - 3x$

EXERCICE 2 : 3 pts

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1+x^2}{\sqrt{x}}$

- 1) Démontrer que, pour tout $x > 0$: $1+x^2 \geq 2x$
- 2) En déduire une fonction g qui minore f sur $]0 ; +\infty[$
- 3) Déterminer alors la limite de f en $+\infty$

EXERCICE 3 : 2 pts

Etudier la limite en 0 de la fonction suivante : $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x}$

N.B : *petite aide sympathique de la part de vos professeurs... Pensez à la définition du nombre dérivé.*

EXERCICE 4 : 4 pts

On considère le tableau des variations de la fonction f définie par $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 4$ sur l'intervalle $[-4 ; 4]$:

x	-4	$-\frac{5}{3}$	1	4	
Signe de $f'(x)$	+	0	-	0	+
Variations de f	-24	10,48	1	64	

- 1) Sur $[-4 ; 4]$, discuter, suivant les valeurs de k le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$.
- 2) Donner un encadrement puis une valeur arrondie à 10^{-2} près de la solution de l'équation $f(x) = -5$.

EXERCICE 5 :

9 pts

- 1) On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x\sqrt{x^2 + 1} - 1$
- Calculer les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$.
 - Etudier les variations de la fonction g .
 - Montrer qu'il existe un unique réel α tel que $g(\alpha) = 0$. Donner un encadrement de α à 0,1 près.
 - En déduire le signe de g sur \mathbb{R} .

- 2) Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x^3}{3} - \sqrt{x^2 + 1}$

On admettra que $f'(x) = \frac{xg(x)}{\sqrt{x^2 + 1}}$

- En déduire le tableau de variations de f .

- Montrer que : $f(\alpha) = \frac{\alpha^4 - 3}{3\alpha}$

« L'ENSEIGNEMENT DEVRAIT ETRE AINSI : CELUI QUI LE REÇOIT LE RECUEILLE COMME UN DON
INESTIMABLE MAIS JAMAIS COMME UNE CONTRAINTE PENIBLE. »

(ALBERT EINSTEIN)

QUE VOTRE CERVEAU FONCTIONNE ET QUE VOUS PROFITIEZ BIEN DE CE DON...