DROITES, PLANS ET VECTEURS DE L'ESPACE.

Définition : la perspective cavalière

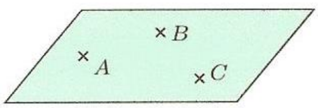
Pour représenter un objet de l'espace par une figure plane, on adopte un mode de représentation appelé « perspective cavalière » qui est défini par les règles suivantes :

- Le plan perpendiculaire aux rayons visuels est appelé plan frontal (plan de face) ;
- Les figures situées dans des plans parallèles au plan frontal, sont représentées en vraies grandeurs ;
- Deux droites parallèles sont représentées par deux droites parallèles ;
- Sur deux droites parallèles, deux segments de même longueur sont représentés par deux segments de même longueur, en particulier, les milieux sont conservés ;
- Les lignes cachées sont représentées en pointillés.

I- Rappels sur le plan :

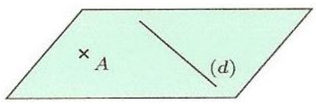
Propriétés

- 3 points A, B et C non alignés définissent un plan. On note ce plan (ABC).

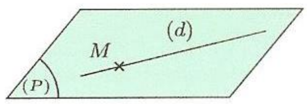


Remarque :

Un plan peut également être déterminé par une droite et un point extérieur à cette droite.



- Soit (P) un plan et (d) une droite appartenant à ce plan. Alors tout point M de la droite (d) appartient au plan (P).

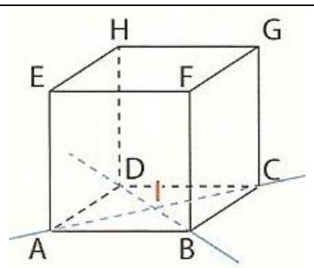
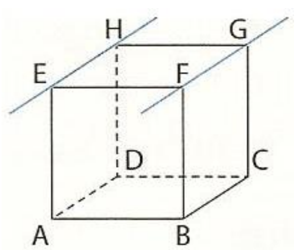
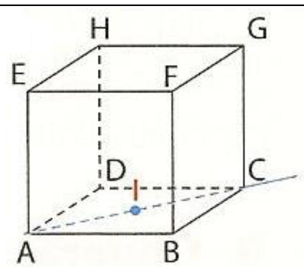
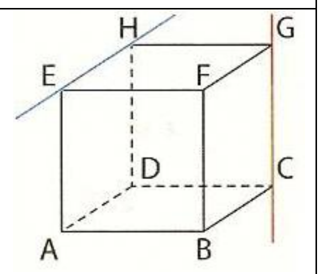


II- Droites et plans de l'espace :

1) Positions et intersection de droites et de plans :

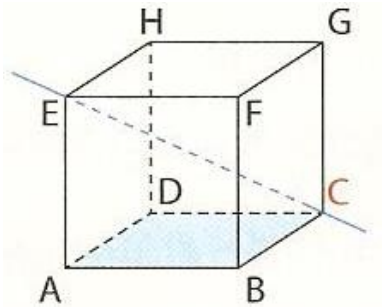
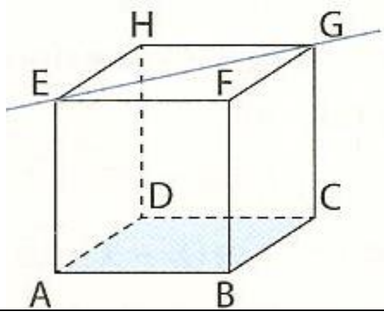
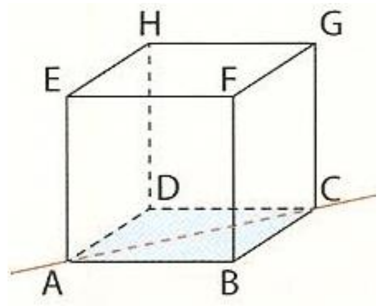
a. Positions relatives de deux droites :

Deux droites de l'espace peuvent être :

coplanaires (dans un même plan)			non coplanaires
sécantes	parallèles		
			
(AC) et (DB) sont sécantes en I.	(EH) et (FG) sont strictement parallèles.	(AI) et (AC) sont confondues.	(EH) et (GC) sont non coplanaires.
Leur intersection est			
un point	vide	égale à (AI) (et à (AC))	vide

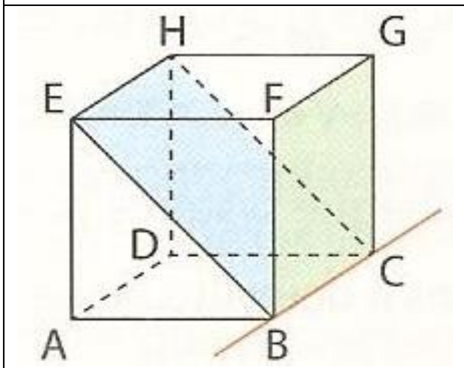
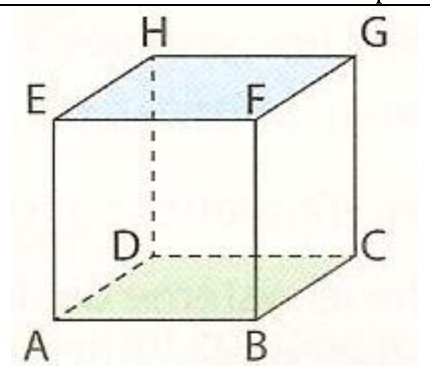
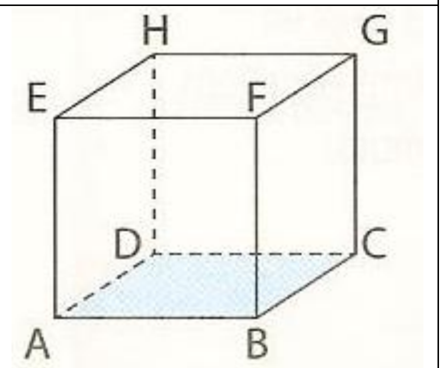
b. Positions relatives d'une droite et d'un plan :

Une droite et un plan de l'espace peuvent être :

<table>
<tr><td>sécants</td><td colspan="2">parallèles</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>La droite (EC) et le plan (ABC) sont sécants en C.</td>
<td>La droite (EG) et le plan (ABC) sont strictement parallèles.</td>
<td>La droite (AC) est contenue dans le plan (ABC)</td>
</tr>
</table>

c. Positions relatives de deux plans :

Deux plans de l'espace peuvent être :

<table>
<tr><td>sécants</td><td colspan="2">parallèles</td></tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
<tr>
<td>Les plans (EBC) et (FBC) sont sécants suivant la droite (BC).</td>
<td>Les plans (ABC) et (EFG) sont strictement parallèles.</td>
<td>Les plans (ABC) et (ABD) sont confondus.</td>
</tr>
</table>

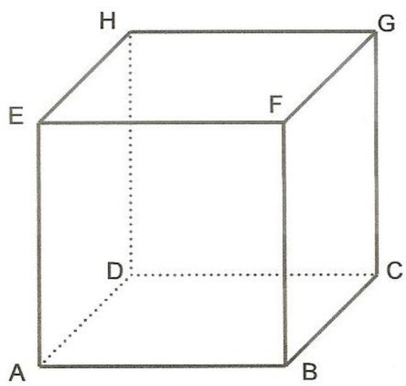
Remarques :

- Dans l'espace, deux droites qui n'ont aucun point commun ne sont pas nécessairement parallèles.
- Il n'est pas possible que deux plans aient un seul point commun.

Exercices :

1. On considère un cube ABCDEFGH. Citer :

- Deux droites sécantes ;
- Deux droites strictement parallèles ;
- Deux droites non coplanaires ;
- Deux plans sécants ;
- Deux plans strictement parallèles ;
- Une droite sécante à un plan ;
- Une droite strictement parallèle à un plan ;
- Une droite contenue dans un plan.



2. Dans le cube de la figure précédente, indiquer (sans justifier) les positions relatives

- Des plans (EFA) et (GCD) ;
- Des droites (EF) et (HC) ;
- De la droite (DG) et du plan (ABE) ;
- Des plans (CDG) et (ABG) ;
- Du plan (EHB) et de la droite (DF) ;
- Des droites (AG) et (BH).

2) Parallélisme dans l'espace :

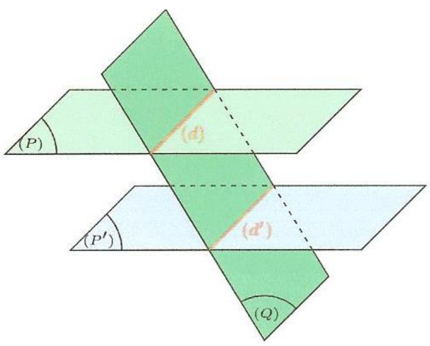
Définitions

- Deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont coplanaires et sans point commun, ou lorsqu'elles sont confondues ;
- Deux plans sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun point commun, ou lorsqu'ils sont confondus ;
- Une droite et un plan sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun point commun, ou lorsque la droite appartient au plan.

a. Parallélisme entre droites :

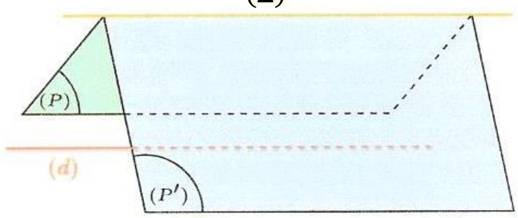
Théorèmes

- Si deux plans (P) et (P') sont parallèles alors tout plan (Q) qui coupe (P) coupe aussi (P') et les droites d'intersection (d) et (d') sont parallèles.



- Théorème du « toit »

Soit deux plans (P) et (P') sécants suivant une droite (Δ), (d) une droite parallèle aux plans (P) et (P'). Alors la droite (d) est parallèle à la droite (Δ).

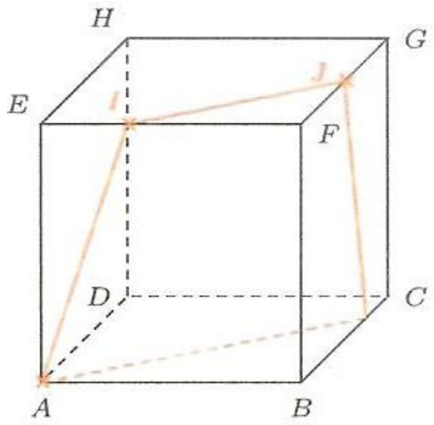


+ démonstration ROC

Exemple :

On considère le cube $ABCDEFGH$ ci-contre. I est un point du segment $[EF]$ et J est un point du segment $[FG]$.

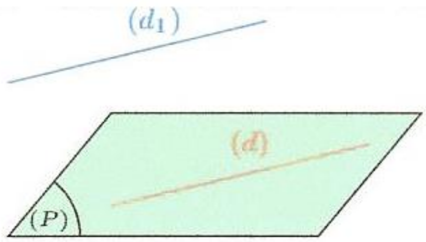
Puisque les plans (ABC) et (EFG) sont parallèles, le plan (AIJ) coupe le plan (ABC) en une droite parallèle à (IJ) passant par A. En rejoignant les points A, I, J et le point d'intersection entre la droite précédente et le segment $[BC]$, on obtient la section du cube par le plan (AIJ).



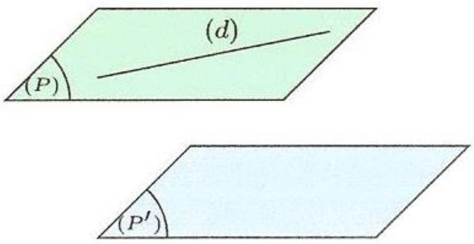
b. Parallélisme entre droite et plan :

Théorèmes

- Si une droite (d_1) est parallèle à une droite (d), alors (d_1) est parallèle à tout plan (P) contenant la droite (d).

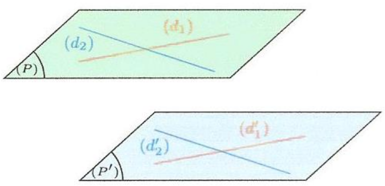


- Si deux plans sont parallèles, alors toute droite contenue dans un des plans est parallèle à l'autre.

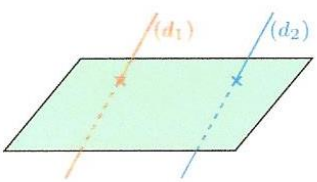


c. Parallélisme entre plans :

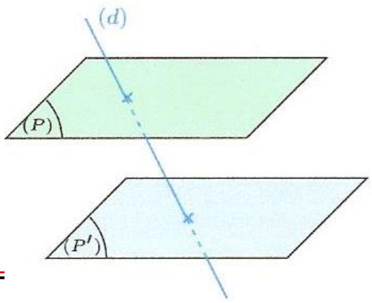
Théorèmes



- Deux plans sont parallèles si et seulement si deux droites sécantes de l'un sont parallèles à deux droites sécantes de l'autre.



- Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une, coupe l'autre.



- Si deux plans sont parallèles, alors toute droite qui coupe l'un, coupe l'autre.

3) Orthogonalité :

Définitions

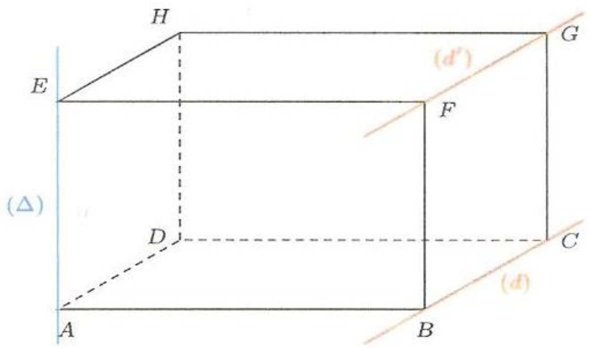
- Deux droites perpendiculaires sont deux droites sécantes qui forment un angle droit en leur point d'intersection ;
- Deux droites (d) et (d') sont orthogonales si elles sont perpendiculaires, ou s'il existe une droite parallèle à (d) et une droite parallèle à (d') qui sont perpendiculaires.

a. Droites orthogonales :

Théorème

Si deux droites sont parallèles alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre.

Exemple :



On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$ ci-contre.

- Les droites (Δ) et (d) sont orthogonales car la droite (d) est parallèle à la droite (AD) elle-même perpendiculaire à (Δ).
- De même, les droites (Δ) et (d') sont orthogonales.

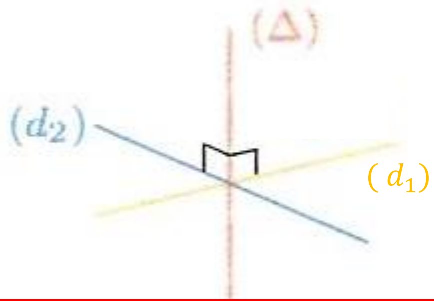
b. Droite orthogonale à un plan :

Définition

Une droite est orthogonale à un plan si cette droite est orthogonale à toute droite contenue dans ce plan

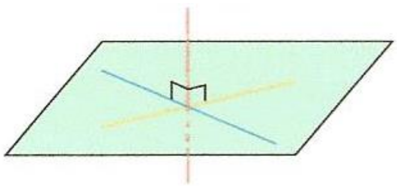
Remarque :

Certaines propriétés vraies dans le plan ne le sont plus dans l'espace. Par exemple, les droites (d_1) et (d_2) sont toutes les deux orthogonales à la droite (Δ) et pourtant elles ne sont pas parallèles entre elles.



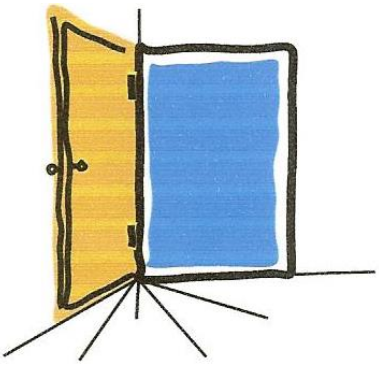
Théorème

Une droite est orthogonale à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.



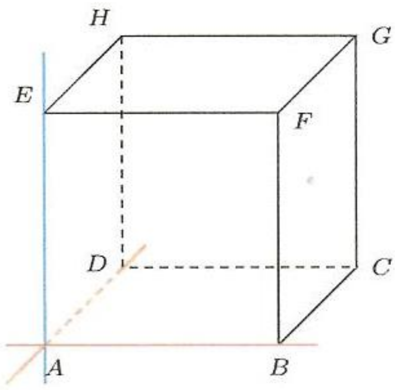
Remarque :

C'est pour cela que les portes tournent !



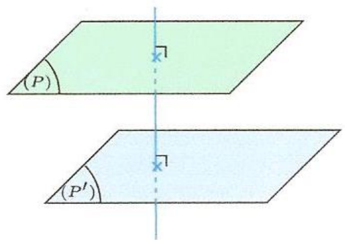
Exemple :

Dans le cube $ABCDEFGH$, la droite (AE) est orthogonale aux droites sécantes (AB) et (AD) du plan (ABD). On en déduit que la droite (AE) est orthogonale au plan (ABD).

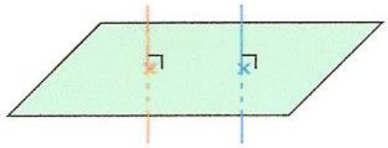


Théorèmes

- Deux plans orthogonaux à une même droite sont parallèles.
- Si deux plans sont parallèles, alors toute droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre.



- Deux droites orthogonales à un même plan sont parallèles.
- Si deux droites sont parallèles, alors tout plan orthogonal à l'une est orthogonal à l'autre.

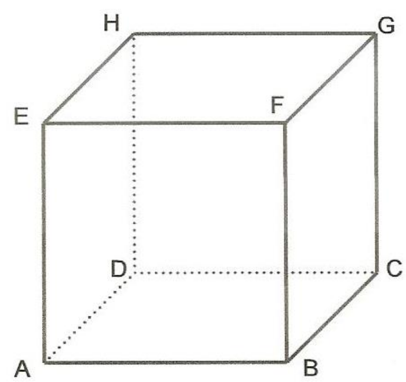


Exercice :

On considère un cube ABCDEFGH.

- Justifier que les droites (HE) et (EB) sont perpendiculaires.
- Les droites (GE) et (EB) sont-elles perpendiculaires ?
- Justifier que la droite (DB) est perpendiculaire au plan (EAG).
- Soient I et J les milieux de [AB] et [AE].
  - Justifier que (IJ) est parallèle au plan (BCH).
  - Justifier que (IJ) et (BF) sont sécantes.

    Construire K leur point d'intersection.
  - Justifier que (IJ) est sécante au plan (DBF) en K.



II- Vecteurs de l'espace :

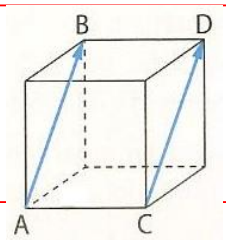
1) Notion de vecteur de l'espace :

Propriétés (admises)

Les propriétés vues pour les vecteurs dans le plan (addition, multiplication par un réel, relation de Chasles, ...) restent valables pour les vecteurs de l'espace.

Définition

Deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux si et seulement si **ABDC** est un parallélogramme (éventuellement aplati).



2) Vecteurs colinéaires :

Définition

- Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires s'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$.
- Le vecteur nul est colinéaire à tous les vecteurs.

Remarque :

- Deux vecteurs colinéaires non nuls ont la même direction.
- Si $\vec{v} = k\vec{u}$ avec $k > 0$ alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont le même sens ;
- Si $\vec{v} = k\vec{u}$ avec $k < 0$ alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de sens contraire.
- Lorsque deux vecteurs non nuls sont colinéaires, on peut écrire l'un en fonction de l'autre ($\vec{v} = k\vec{u}$). On dit que les deux vecteurs sont **dépendants.** Lorsque deux vecteurs ne sont pas colinéaires, on dit qu'ils sont **indépendants ou libres.**

Exercice :

Soient A, B, C et D quatre points de l'espace.

1. Soient I et J définis par $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$. Démontrer que $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.
2. Soient K et L définis par $\overrightarrow{AK} = k\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AL} = k\overrightarrow{AD}$ avec $k \in \mathbb{R}$.
   Démontrer que $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
3. A quel théorème de géométrie classique ces résultats peuvent-ils être associés ?

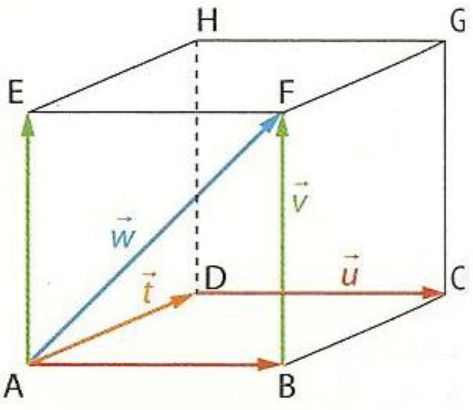
3) Vecteurs coplanaires :

Définition

Des vecteurs sont coplanaires si et seulement si en traçant leurs représentants à partir d'un même point A, leurs extrémités sont coplanaires avec A.

Exemple :

Dans le cube ABCDEFGH ci-contre :



- Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires car $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AE}$, $\vec{w} = \overrightarrow{AF}$ et A, B, E et F sont dans le plan (ABE).
- Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{t}$ ne sont pas coplanaires car $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AE}$, $\vec{t} = \overrightarrow{AD}$ et l'unique plan contenant A, B et E est (ABE) qui ne contient pas D.
- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CG}$ sont coplanaires puisque $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AE}$ et A, B et E sont dans le plan (ABE), cependant les droites (AB) et (CG) ne sont pas coplanaires.

Remarque :

Deux vecteurs sont toujours coplanaires, contrairement à deux droites.

4) Opérations sur les vecteurs :

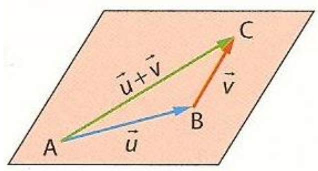
Deux vecteurs étant toujours coplanaires, on définit comme dans le plan la somme de deux vecteurs, le produit d'un vecteur par un réel, les notions de vecteurs colinéaires et de vecteur directeur d'une droite.

On admet que les propriétés de calcul dans le plan sont conservées :

Pour tous réels k et k'

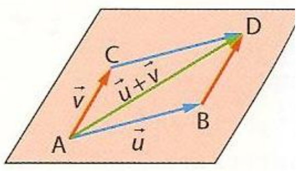
et pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$:

- $k(k'\vec{u}) = kk'\vec{u}$
- $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$
- $k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$



Relation de Chasles :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



Règle du parallélogramme :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$

ABDC parallélogramme

III- Caractérisation vectorielle d'une droite de l'espace :

Propriétés (admises)

- Soit A un point et soit $\vec{u}$ un vecteur de l'espace.

L'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$ avec $t \in \mathbb{R}$ est une droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}$.

- Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont des vecteurs directeurs colinéaires.

IV- Caractérisation vectorielle d'un plan de l'espace :

Propriété

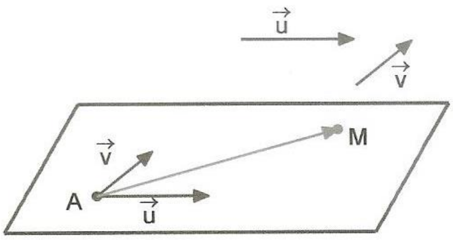
Soit A un point et soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires de l'espace.

L'ensemble des points M tels que :

$\overrightarrow{AM} = t\vec{u} + t'\vec{v}$ avec $t \in \mathbb{R}$ et $t' \in \mathbb{R}$ est un plan.

On dit que c'est le plan passant par A et de couple de vecteurs directeurs $(\vec{u}, \vec{v})$.

C'est le plan contenant les droites $(A\,;\,\vec{u})$ et $(A\,;\,\vec{v})$.



Propriété

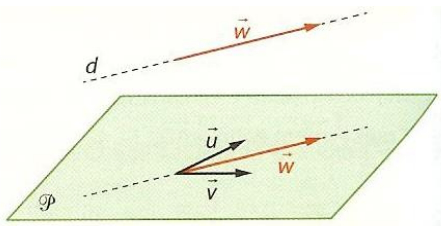
Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non colinéaires.

Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires si et seulement s'il existe des réels t et t' tels que :

$$\vec{w} = t\vec{u} + t'\vec{v}$$

Remarque :

Une droite d de vecteur directeur $\vec{w}$ est parallèle à un plan P de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ si et seulement si $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires.



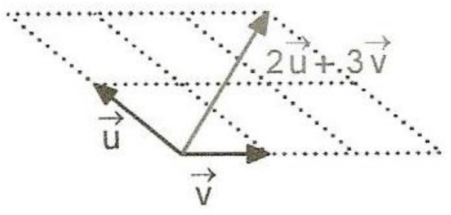
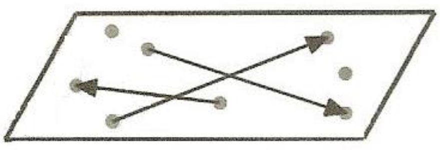
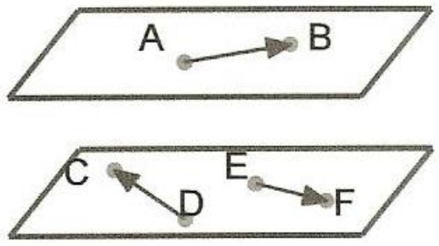
Définition

On dit que trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires s'il existe trois réels α, β et γ non tous nuls tels que $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w} = \vec{0}$.

Remarques :

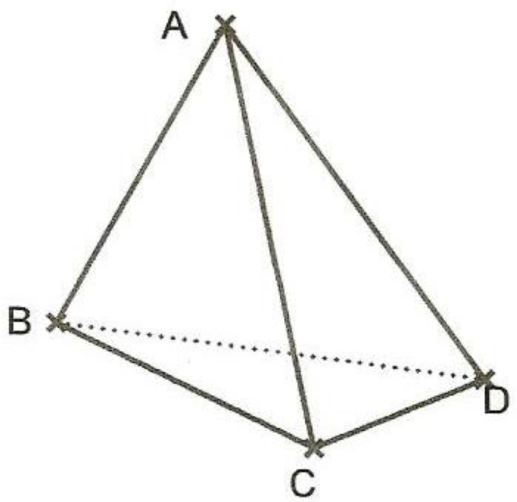
- Pour trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ coplanaires, si $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} + \gamma\vec{w} = \vec{0}$ avec $\alpha \neq 0$, alors on peut exprimer le vecteur $\vec{u}$ en fonction de $\vec{v}$ et de $\vec{w}$.
  Comme au moins l'un des coefficients α, β, γ est non nul, on peut effectivement exprimer l'un des vecteurs en fonction des deux autres.
- Lorsque trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont coplanaires, on dit alors que les trois vecteurs sont dépendants (s'ils ne sont pas coplanaires, on dit qu'ils sont indépendants ou libres).

Exemples :

Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et le vecteur $\vec{w}$ défini par $\vec{w} = 2\vec{u} + 3\vec{v}$ sont coplanaires.	Si des points sont dans un même plan, 3 vecteurs obtenus à partir de ces points sont nécessairement coplanaires.	Attention !!! Des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{EF}$ peuvent être coplanaires sans que les points A, B, C, D, E et F soient dans un même plan.
		

Exercice :

On considère un tétraèdre ABCD.



1. justifier que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas coplanaires.

2. Soit I le milieu de [AD] ; J le milieu de [BC] ; K défini par $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{CA}$ et L défini par $\overrightarrow{BL} = k\overrightarrow{AD}$ avec $k \in \mathbb{R}$.

- Exprimer le vecteur $\overrightarrow{JL}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
- Exprimer le vecteur $\overrightarrow{IK}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$.
- Existe-t-il une valeur de k pour laquelle $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{JL}$ sont colinéaires ?

V- Repères de l'espace :

1) Repères de l'espace :

Définition

Si $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont trois vecteurs non coplanaires et O un point fixe, alors on munit l'espace du repère $(O\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath}\,;\,\vec{k})$.

Il existe un unique triplet $(x\,;\,y\,;\,z)$ tel que, pour tout point M de l'espace, on a

$\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\,\vec{k}$. x est **l'abscisse** du point M, y est **l'ordonnée** et z est **la cote.**

Définition

On dit que le repère est orthonormé si $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ et $\vec{k}$ sont trois vecteurs deux à deux orthogonaux et de même norme $\|\vec{\imath}\| = \|\vec{\jmath}\| = \|\vec{k}\| = 1$.

2) Colinéarité et alignement dans un repère de l'espace :

Propriétés

- Deux vecteurs non nuls $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si, il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$, c'est-à-dire tel que $\begin{cases}x = kx'\\y = ky'\\z = kz'\end{cases}$
- Si $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A\ )$ et $B(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B\ )$, alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées :
$$\begin{pmatrix}x_B - x_A\\y_B - y_A\\z_B - z_A\end{pmatrix}$$
- Trois points A, B et C de l'espace sont alignés si et seulement si il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

3) Milieu, distance :

Propriétés

* $I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}\ ;\ \dfrac{y_A + y_B}{2}\ ;\ \dfrac{z_A + z_B}{2}\right)$ est le milieu du segment $[AB]$.

Dans un repère orthonormé :

* la **norme** du vecteur $\vec{u}$ est $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$;

*la **distance** $\boldsymbol{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

Attention !!

Il faut être dans un repère orthonormé pour calculer la norme ou la distance de cette façon.

Exercices :

1- L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath}\ ;\ \vec{k})$.

On considère les points $A(-3\ ;\ 5\ ;\ 2)$; $B(-2\ ;\ 1\ ;\ 1)$; $C(4\ ;\ -2\ ;\ -2)$ et $D(3\ ;\ 2\ ;\ -1)$.

Justifier que ABCD est un parallélogramme et déterminer les coordonnées de son centre I.

2- L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath}\ ;\ \vec{k})$.

On considère les points $A(-1\ ;\ 3\ ;\ 1)$; $B(3\ ;\ 1\ ;\ -1)$; $C(1\ ;\ -3\ ;\ -1)$ et $D(-5\ ;\ 0\ ;\ 2)$.

- Justifier que ABC est un triangle rectangle.
- Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
- Montrer que A, B, C et D sont coplanaires. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

3- L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath}\ ;\ \vec{k})$.

On considère les points $A(0\ ;\ 2\ ;\ 1)$; $B(-2\ ;\ 3\ ;\ 1)$ et $C(1\ ;\ 2\ ;\ -1)$

Justifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.

Déterminer les coordonnées du milieu I de [BC] et du centre de gravité du triangle ABC.

VI- Représentations paramétriques :

1) Représentations paramétriques d'une droite :

Propriété

$M(x\,;\,y\,;\,z)$ appartient à la droite Δ passant par $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et de vecteur directeur non nul $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ si et seulement si, il existe un réel t tel que :

$$\begin{cases}x = at + x_A\\ y = bt + y_A\\ z = ct + z_A\end{cases}$$

+ démonstration.

Définition

$\begin{cases}x = at + x_A\\ y = bt + y_A,\ t \in \mathbb{R}\\ z = ct + z_A\end{cases}$ est appelé **représentation paramétrique** de la droite Δ .

Remarque :

On obtient plusieurs représentations paramétriques pour la même droite : cela dépend des coordonnées du point A et du vecteur directeur choisi.

2) Représentations paramétriques d'un plan :

Propriété

$M(x\,;\,y\,;\,z)$ appartient au plan (P) passant par $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et de vecteurs directeurs non colinéaires $\vec{u}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}a'\\b'\\c'\end{pmatrix}$ si et seulement si, il existe un couple de réels t et t' tels que :

$$\begin{cases}x = at + a't' + x_A\\ y = bt + b't' + y_A\\ z = ct + c't' + z_A\end{cases}$$

+ démonstration.

Définition

$\begin{cases}x = at + a't' + x_A\\ y = bt + b't' + y_A,\ t \text{ et } t' \in \mathbb{R}\\ z = ct + c't' + z_A\end{cases}$ est appelé **représentation paramétrique** du plan (P) .

Remarque :

On obtient plusieurs représentations paramétriques pour le même plan : cela dépend des coordonnées du point A et des vecteurs directeurs choisis.

Exercices :

1- L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath}\ ;\ \vec{k}\right)$.

On considère les points $A(2\ ;\ -1\ ;\ 5)$; $B(1\ ;\ -3\ ;\ 2)$ et $C(2\ ;\ 3\ ;\ 9)$ et le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$

Donner une représentation paramétrique de la droite (AB) et une représentation paramétrique de la droite passant par C et de vecteur directeur $\vec{u}$.
Déterminer si ces deux droites sont sécantes et donner éventuellement les coordonnées de leur point d'intersection.

2- L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath}\ ;\ \vec{k}\right)$.

Justifier que l'ensemble des points $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ tels que : $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - 4t \end{cases}$

avec $t \in \mathbb{R}$, est une droite d que l'on caractérisera.